가볍게 살펴보는 미분과 적분

함수의 미분

2021학년도 영재수업

만든이: 이슬비, designeralice@daum.net, https://iseulbee.com

HWP: [Ctrl]+[K], [P]
Adobe Reader: [Ctrl]+[L]

공부할 내용

- ✓ 함수의 극한
- ✓ 좌극한과 우극한
- ✓ 연속함수
- ✓ 미분계수
- ✓ 도함수
- ✓ 미분공식

함수의 극한

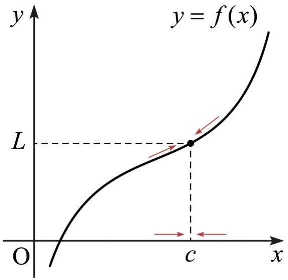
함수 f가 점 c의 주변에서 정의되었다고 하자. 만약 점 x가 $x \neq c$이면서 c에 가까이 다가갈 때 $f(x)$의 값이 하나의 값 L에 가까워지면,

"x가 c에 다가갈 때 $f(x)$가 L에 다가간다."

라고 말하고, 이것을 기호로

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

과 같이 나타낸다.



여기서 L을 'c에서 f의 **극한**' 또는 'c에서 f의 **극한값**'이라고 부른다.

함수의 극한

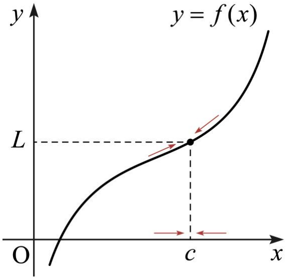
이와 같은 상황을

$$\text{“}x \to c\text{일 때 } f(x) \to L\text{이다.”}$$

또는

$$\text{“}x \to c\text{일 때 } f(x)\text{가 } L\text{에 } \textbf{수렴}\text{한다.”}$$

라고 표현하기도 한다.



기호읽기 극한 기호는 다음과 같이 읽는다.

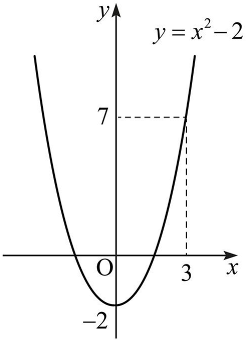
- $\lim_{x \to c} f(x) = L$은 “리미트 x가 c로 갈 때 f x는 L로 간다”라고 읽는다.
- “$x \to c$일 때 $f(x) \to L$이다”는 “x가 c로 갈 때 f x는 L로 간다”라고 읽는다.

함수의 극한

보기 1. 함수 $f(x) = x^2 - 2$를 생각하자. 이 함수는 3을 원소로 갖는 구간에서 정의되어 있다. x의 값이 3에 가까워지면 $f(x)$의 값은 7에 가까워진다. 그러므로 3에서 f의 극한값은 7이다. 즉

$$\lim_{x \to 3}(x^2 - 2) = 7$$

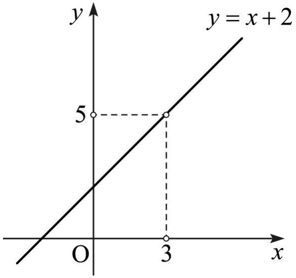
이다.



함수의 극한

보기 2. 함수 f가

$$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x-3}$$



으로 주어졌다고 하자. 비록 $x=3$일 때 $f(x)$가 정의되지 않지만 f는 3의 주변에서 정의되므로 $x\to 3$일 때 f의 극한값을 생각할 수 있다.
$x\neq 3$일 때

$$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x-3}=\frac{(x-3)(x+2)}{x-3}=x+2$$

이므로 $x\neq 3$이면서 x가 3에 다가갈 때 $f(x)$의 값이 5에 다가간다. 그러므로

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x-3}=5.$$

함수의 극한

참고 'c의 주변에서 정의된다'라는 말은 'x가 c의 값에 가까워질 수 있다'라는 뜻이다. 예컨대 무리함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 x가 음수일 때 정의되지 않는다. 그러므로 이 함수에 대해서는

$$\lim_{x \to -3} f(x)$$

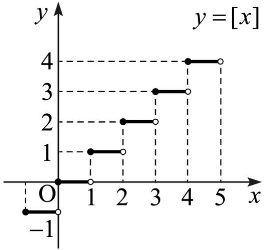
와 같은 극한을 생각하지 않는다. 또한, 만약 함수 g가 정수인 점에서만 정의된다면

$$\lim_{x \to 2} g(x)$$

와 같은 극한을 생각하지 않는다. 왜냐하면 x의 값이 2와 일치하지 않으면서 2에 다가갈 수 없기 때문이다.

함수의 극한

보기 3. $f(x) = [x]$라고 하자. 여기서 $[\,\cdot\,]$는 **최대정수함수**를 나타낸다.



x의 값이 2에 가까워질 때 $f(x)$의 값은 1에 가까워지기도 하고 2에 가까워지기도 한다. x가 2보다 작으면서 2에 가까워지면 $f(x)$의 값은 1에 가까워지며(사실은 $f(x) = 1$인 상태가 되며), x가 2보다 크면서 2에 가까워지면 $f(x)$의 값은 2에 가까워진다.

그러므로 x의 값이 2에 가까워질 때 $f(x)$의 값은 '하나의' 값에 가까워지지 않는다. 즉 $x \to 2$일 때 f의 극한은 존재하지 않는다.

보기 3과 같이 $x \to c$일 때 f의 극한이 존재하지 않는 경우 "c에서 f가 **발산**한다." 또는 "c에서 f의 **극한이 존재하지 않는다.**"라고 말한다.

함수의 극한

문제 1. 다음 극한이 존재하는지 조사하고, 존재한다면 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x \to 5}(x-4)$

(2) $\lim_{x \to -2}\left(x^2-4x+1\right)$

(3) $\lim_{x \to 1}\dfrac{x^2+x-6}{x-2}$

(4) $\lim_{x \to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x-2}$

함수의 극한

정리 1. 함수 f와 g가 c의 주변에서 정의되었고 L과 M이 실수이며

$$\lim_{x \to c} f(x) = L \quad \text{그리고} \quad \lim_{x \to c} g(x) = M$$

이라고 하자. 그러면 다음이 성립한다.

(1) k가 실수이면 $\lim_{x \to c} (kf(x)) = kL$.

(2) $\lim_{x \to c} (f(x) + g(x)) = L + M$.

(3) $\lim_{x \to c} (f(x) - g(x)) = L - M$.

(4) $\lim_{x \to c} (f(x)g(x)) = LM$.

(5) 만약 $M \neq 0$이면 $\lim_{x \to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$.

함수의 극한

참고 정리 2의 공식은 두 극한이 모두 수렴할 때, 즉 L과 M이 실수일 때만 사용할 수 있다. 예컨대

$$f(x) = x, \ \ g(x) = \frac{1}{x}$$

일 때

$$\lim_{x\to 0}(f(x)g(x)) = \left(\lim_{x\to 0} f(x)\right)\left(\lim_{x\to 0} g(x)\right) = 0 \times \left(\lim_{x\to 0} g(x)\right) = 0$$

이라고 계산하면 안 된다.

함수의 극한

문제 **2.** 다음 극한이 존재하는지 조사하고, 존재한다면 극한값을 구하시오.

(1) $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

(2) $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}$

함수의 극한

문제 3. p가 다항함수이고 c가 실수일 때

$$\lim_{x \to c} p(x) = p(c)$$

임을 증명하시오.

좌극한과 우극한

함수 f가 점 c의 왼쪽 주변에서 정의되었다고 하자. 만약 점 x가 $x < c$이면서 c에 가까이 다가갈 때 $f(x)$의 값이 하나의 값 L에 가까워지면,

"x가 c의 왼쪽에서 c에 다가갈 때 $f(x)$가 L에 다가간다."

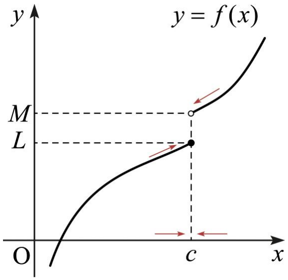
라고 말하고, 이것을

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = L$$

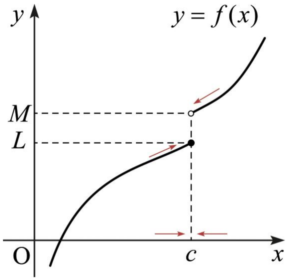
또는

"$x \to c^-$일 때 $f(x) \to L$이다."

와 같이 나타낸다. 여기서 L을 'c에서 f의 **좌극한**'이라고 부른다.



좌극한과 우극한



우극한도 같은 방법으로 정의한다. 즉 함수 f가 c의 오른쪽 주변에서 정의되었다고 하자. 만약 x가 $c < x$이면서 c에 가까이 다가갈 때 $f(x)$의 값이 하나의 값 M에 가까워지면,

"x가 c의 오른쪽에서 c에 다가갈 때 $f(x)$가 M에 다가간다."

라고 말하고, 이것을

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = M$$

또는

"$x \to c^+$일 때 $f(x) \to M$이다."

와 같이 나타낸다. 여기서 M을 'c에서 f의 **우극한**'이라고 부른다.

좌극한과 우극한을 통틀어 **한 방향 극한**이라고 부른다.

좌극한과 우극한

정리 2. 함수 f가 c의 주변에서 정의되었다고 하자. 이때

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

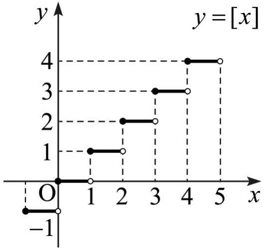
일 필요충분조건은

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = L \quad \text{그리고} \quad \lim_{x \to c^+} f(x) = L$$

이 모두 성립하는 것이다.

좌극한과 우극한

보기 **4.** 앞의 보기 3에서 살펴본 최대정수함수 $f(x)=[x]$를 다시 살펴보자. x가 2보다 작으면서 2에 가까워지면 $f(x)$의 값은 1에 가까워지며, x가 2보다 크면서 2에 가까워지면 $f(x)$의 값은 2에 가까워진다. 그러므로 2에서 f의 좌극한은 1이며, 2에서 우극한은 2이다.



일반적으로, 만약 n이 정수라면 n에서 f의 좌극한은 $(n-1)$이고 우극한은 n이다. 즉 n에서 f의 좌극한과 우극한은 각각 존재하지만, n에서 f의 극한은 존재하지 않는다.

만약 c가 정수가 아니라면, c에서 f의 좌극한과 우극한은 일치하며 그 값은 $[c]$이다. 즉 c에서 f의 극한이 존재한다.

연속함수

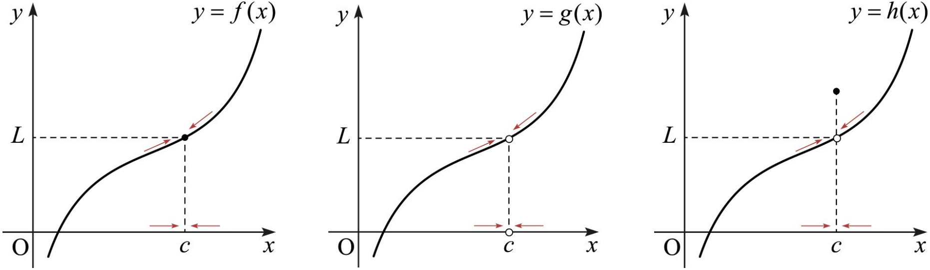
함수 f가 c의 주변에서 정의되었고, 다음 세 조건을 모두 만족시킨다고 하자.

(i) f가 c에서 정의되어 있다.

(ii) c에서 f의 극한이 존재한다.

(iii) c에서 f의 함숫값과 극한값이 일치한다.

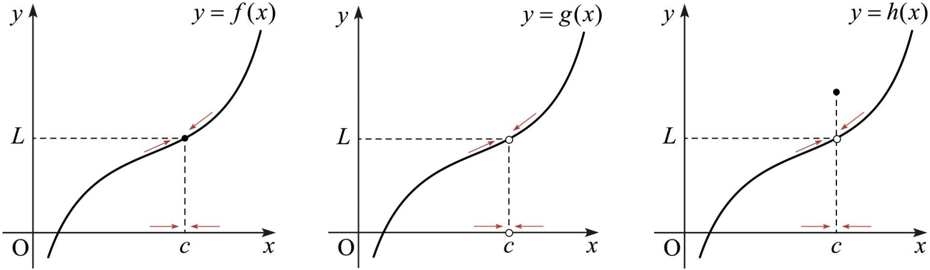
이때 "f가 c **에서 연속**이다."라고 말한다.



연속함수

만약 I가 f의 정의역의 부분집합이고 f가 I의 모든 점에서 연속이면 “f가 ***I* 에서 연속**이다.”라고 말한다. 만약 f가 정의역의 모든 점에서 연속이면 f를 **연속함수**라고 부른다.

만약 f가 c에서 연속이 아니면 “f가 c에서 **불연속**이다.”라고 말한다.

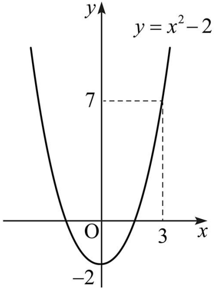


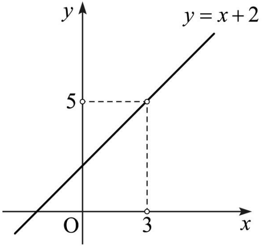
연속함수

보기 **5.** 함수 $f(x) = x^2 - 2$는 연속함수이다. 왜냐하면 f의 정의역은 $\mathbb{R}$인데, f는 모든 실수에서 함숫값과 극한값이 일치하기 때문이다. 반면 함수

$$g(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$$

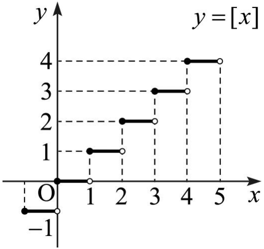
은 3에서 연속이 아니다. 왜냐하면 g는 3에서 정의되지 않기 때문이다.





연속함수

보기 6. 최대정수함수는 정수가 아닌 점에서 연속이고, 정수인 점에서는 불연속이다.



연속함수

$I=[a,\ b]$가 닫힌 구간이고 함수 f가 I에서 정의되었다고 하자. 만약 f가 세 조건

(i) $a<c<b$일 때 f가 c에서 연속이다.

(ii) a에서 f의 함숫값과 우극한이 일치한다.

(iii) b에서 f의 함숫값과 좌극한이 일치한다.

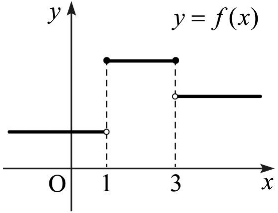
를 모두 만족시키면 “f가 **구간 I에서 연속**이다.”라고 말한다.

f의 정의역 전체를 생각하면 f가 a나 b에서 연속이 아닌 경우에도 f가 $[a,\ b]$에서 연속일 수 있다.

연속함수

보기 **7.** 함수 f가 다음과 같이 정의되었다고 하자.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \ x < 1 \\ 3 & \text{if } \ 1 \le x \le 3 \\ 2 & \text{if } \ x > 3 \end{cases}$$

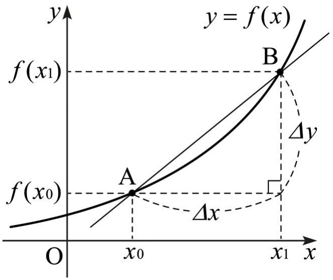


그러면 f는 1과 3에서 불연속이고, 다른 모든 점에서는 연속이다.

그럼에도 불구하고 f는 닫힌 구간 $[1,\ 3]$에서 연속이다.

미분계수

x_0과 x_1이 서로 다른 값이라고 하자. 이때 'x가 x_0에서 출발하여 x_1에 도달할 때 x의 **증가량**'을 $x_1 - x_0$으로 정의하고, 이 값을 $\varDelta x$로 나타낸다.



함수 f가 두 점 x_0과 x_1을 모두 갖는 구간에서 정의되어 있고 $y = f(x)$라고 하자. x가 x_0에서 출발하여 x_1에 도달할 때 y의 증가량을 생각할 수 있다. 이 값을 $\varDelta y$로 나타내고 다음과 같이 정의한다.

$$\varDelta y = f(x_1) - f(x_0).$$

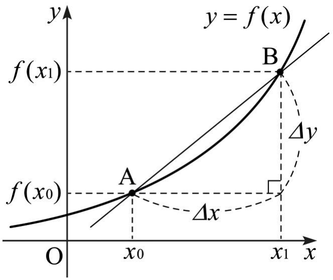
기호읽기 $\varDelta x$는 '델타 엑스'라고 읽는다.

미분계수

x의 증가량에 대한 $f(x)$의 '**증가율**' 또는 '**평균증가량**'이라고 불리는 값을 생각할 수 있는데, 이 값을 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

$\Delta y / \Delta x$의 값을 '**차분몫**'이라고 부르기도 한다.



미분계수

보기 8. 함수 $f(x)=x^2-2x+5$를 살펴보자.

x가 3에서 3.2까지 증가할 때

$$\Delta x=0.2,\quad \Delta y=f(3.2)-f(3)=8.84-8=0.84$$

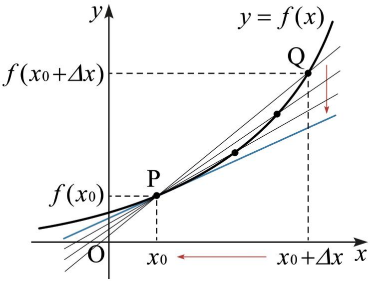
이다. 이때 x의 증가량에 대한 $f(x)$ 증가율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{0.84}{0.2}=4.2$$

이다.

미분계수

x가 x_0에서 출발하여 x_1에 도달할 때 함수 f의 증가율은 f의 그래프 위의 두 점 $(x_0,\ f(x_0))$과 $(x_1,\ f(x_1))$을 모두 지나는 직선의 기울기와 같다.



함수의 극한을 생각한 것처럼 증가율의 극한을 생각할 수 있다. 만약 함수 f가 x_0을 원소로 갖는 한 열린 구간에서 정의되었고 극한

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

가 존재하면, 이 값을 x_0에서 f의 **미분계수**라고 부르고 $f'(x_0)$로 나타낸다.

x_0에서 f의 미분계수가 존재할 때 "f가 x_0에서 **미분 가능**하다."라고 말한다. 만약 I가 f의 정의역의 부분집합이고 I의 모든 점에서 f가 미분 가능하면 "f가 I**에서 미분 가능**하다."라고 말한다.

미분계수

미분계수가 두 증가량의 비율의 극한이라는 점을 강조하기 위하여, 위 미분계수를 분수처럼

$$\frac{dy}{dx}$$

로 나타내기도 한다. 그러나 이러한 표현은 함수의 이름이 나타나지 않고, 어느 점에서의 미분계수인지 알 수 없다. 그러므로 이러한 표현은 함수의 이름과 미분계수를 구하는 점이 명확하여 혼동할 염려가 없을 때만 사용한다. 한편 위와 같은 표현은 변수 x와 y의 관계가 명확하게 나타나기 때문에, 변수의 개수가 3개 이상이거나 독립변수와 종속변수의 관계를 드러낼 필요가 있을 때 유용하게 사용된다.

기호읽기 미분계수는 다음과 같이 읽는다.

- $f'(x)$는 “에프 프라임 엑스”라고 읽는다.
- $\frac{dy}{dx}$는 “디와이 디엑스”와 같이 분자부터 읽는다.

미분계수

x_0에서 함수 f의 미분계수를 구하는 과정은 다음과 같다.

1단계. $y_0 = f(x_0)$을 구한다.

2단계. $\varDelta x \neq 0$이라고 가정하고 $\varDelta y = f(x_0 + \varDelta x) - f(x_0)$을 구한다.

3단계. 차분몫 $\varDelta y / \varDelta x$를 구한다.

4단계. $\varDelta x \to 0$일 때 $\varDelta y / \varDelta x$의 극한을 구한다.

마지막 단계의 극한이 수렴한다면 그 값이 x_0에서 f의 미분계수이다.

미분계수

보기 9. $x_0 = 3$에서 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$의 미분계수를 구해 보자.

$$y_0 = f(x_0) = f(3) = 14.$$

$$\Delta y = f(3 + \Delta x) - f(3) = 2(\Delta x)^2 + 9\Delta x.$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2(\Delta x)^2 + 9\Delta x}{\Delta x} = 2\Delta x + 9.$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (2\Delta x + 9) = 9.$$

$\therefore \ f'(3) = 9.$

미분계수

문제 4. 다음 미분계수를 구하시오.

(1) $f(x) = 2x + 3$일 때 $f'(4)$.

(2) $f(x) = x^2$일 때 $f'(2)$.

(3) $f(t) = t^2$일 때 $f'(2)$.

(4) $f(t) = 3t^2 - 4$일 때 $f'(-1)$.

(5) $g(x) = -x^2 + 3x - 5$일 때 $g'(1)$.

(6) $h(t) = (t+1)^2$일 때 $h'(2)$.

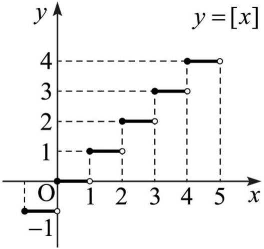
미분계수

x_0에서 함수 f의 미분계수는 f의 그래프 위의 점 $(x_0,\ f(x_0))$에서 f의 그래프에 접하는 접선의 기울기와 같다. 만약 $(x_0,\ f(x_0))$에서 f의 그래프가 끊어져 있다면, 그 점에서 f의 그래프의 기울기를 구할 수 없다. 그러므로 다음이 성립한다.

정리 3. 함수 f가 x_0에서 미분 가능하면 f는 x_0에서 연속이다.

미분계수

보기 **10.** 최대정수함수는 정수가 아닌 점에서 미분 가능하고, 그 점에서 미분계수는 0이다.



이 함수는 정수인 점에서 불연속이므로, 그 점에서 미분 불가능하다.

도함수

점 x_0에서 함수 f의 미분계수를 $f'(x_0)$로 나타낸다. 이때 x_0에 대입하는 값에 따라서 $f'(x_0)$의 값이 달라진다. 이러한 관점에서 x가 변수일 때 $f'(x)$는 함수가 된다. 이러한 함수 f'을 f의 **도함수**라고 부른다. $y = f(x)$일 때 f의 도함수는 다음과 같이 나타낸다.

$$f', \quad y', \quad \frac{dy}{dx}, \quad Df, \quad \frac{d}{dx}f.$$

함수 f의 도함수를 구하는 것을 "f를 **미분**한다."라고 말한다.

도함수

문제 5. 다음 도함수를 구하시오.

(1) $f(x) = 2x + 3$일 때 $f'(x)$.

(2) $f(x) = x^2$일 때 $f'(x)$.

(3) $f(t) = t^2$일 때 $f'(t)$.

(4) $f(t) = 3t^2 - 4$일 때 $f'(t)$.

(5) $g(x) = -x^2 + 3x - 5$일 때 $g'(x)$.

(6) $h(t) = (t+1)^2$일 때 $h'(t)$.

도함수

함수 f의 도함수 f'이 미분 가능하면 f'의 도함수를 구할 수 있다. f'의 도함수를 f의 **이계도함수**라고 부르고 f''으로 나타낸다.

일반적으로 만약 함수 f가 k번 미분 가능할 때 f를 k번 미분한 함수를 f의 $\boldsymbol{k}$ **계도함수**라고 부르고 $f^{(k)}$로 나타낸다.

f''과 $f^{(k)}$를 각각 y'', $y^{(k)}$로 나타내기도 한다.

기호읽기 f''은 "f double prime" 또는 "f의 이계도함수"라고 읽는다.

도함수

보기 11. $f(x)=x^4-3x^2+8x+6$일 때

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= 4x^3-6x+8, \\
f''(x) &= 12x^2-6, \\
f^{(3)}(x) &= 24x, \\
f^{(4)}(x) &= 24, \\
f^{(5)}(x) &= 0, \\
f^{(6)}(x) &= 0, \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

이다.

도함수

문제 6. $f(x) = \sqrt{x}$일 때 $f'(x)$와 $f''(x)$를 각각 구하시오.

미분공식

다항함수를 미분할 땐 다음 공식을 이용한다.

정리 4. 함수 f와 g가 미분 가능할 때 다음이 성립한다. (1) k가 상수이고 $f(x)=k$이면 $f'(x)=0$이다. (2) n이 자연수이고 $f(x)=x^n$이면 $f'(x)=nx^{n-1}$이다. (단 $n=1$일 땐 $f'(0)=1$로 계산한다.) (3) $y=f(x)+g(x)$이면 $y'=f'(x)+g'(x)$이다. (4) k가 상수이고 $y=kf(x)$이면 $y'=kf'(x)$이다.

미분공식

보기 **12.** 다항함수의 미분을 살펴보자.

(1) $y = x^4$일 때 $y' = 4x^3$이다.

(2) $f(x) = 4x^7$일 때 $f'(x) = 28x^6$이다.

(3) $y = 4x^7 + x^4 - 3x$일 때 $y' = 28x^6 + 4x^3 - 3$이다.

(4) $g(x) = (x-1)^2(x+3)$일 때

$$g(x) = (x^2 - 2x + 1)(x+3) = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

이므로 $g'(x) = 3x^2 + 2x - 5$이다.

미분공식

정리 5. 함수 f와 g가 미분 가능하고 $y = f(x)g(x)$일 때 다음이 성립한다.

$$y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

미분공식

보기 **13.** $g(x)=(x-1)^2(x+3)$일 때 $g(x)=\left(x^2-2x+1\right)(x+3)$이므로

$$g'(x)=\left(2x-2\right)(x+3)+\left(x^2-2x+1\right)\cdot 1=2x^2+4x-6+x^2-2x+1=3x^2+2x-5$$

이다.

미분공식

정리 6. 함수 f와 g가 미분 가능하고

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

일때, $g(x) \neq 0$이면서 $g'(x) \neq 0$인 곳에서 다음이 성립한다.

$$y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}.$$

미분공식

보기 14. 분수함수의 미분을 살펴보자.

(1) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ 일 때 $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2} = -\dfrac{1}{x^2}$ 이다.

(2) $g(x) = \dfrac{x+3}{x^2-4x+5}$ 일 때

$$g'(x) = \frac{\left(x^2-4x+5\right)-(x+3)(2x-4)}{\left(x^2-4x+5\right)^2} = \frac{-x^2-2x+17}{\left(x^2-4x+5\right)^2}$$

이다.

미분공식

정리 7. 함수 f와 g가 미분 가능하고 합성함수 $g \circ f$가 정의될 때 다음이 성립한다.

$$y = g(f(x))\text{이면 } y' = g'(f(x))f'(x).$$

미분공식

보기 **15.** $f(x) = (2x+3)^{10}$일 때

$$f'(x) = 10(2x+3)^9 \cdot 2 = 20(2x+3)^9$$

이다.

미분공식

보기 **16.** 보기 13에서 살펴본 함수의 도함수를 다른 방법으로 구해보자.

$g(x) = (x-1)^2(x+3)$일 때

$$g'(x) = 2(x-1)(x+3) + (x-1)^2 = 2x^2 + 4x - 6 + x^2 - 2x + 1 = 3x^2 + 2x - 5$$

이다.

미분공식

정리 8. 지수가 실수인 단항함수의 미분법은 다음과 같다.

(1) n이 정수이고 $y = x^{n}$일 때 $y' = nx^{n-1}$이다.

(2) a가 실수이고 $y = x^{a}$일 때 $x > 0$인 범위에서 $y' = ax^{a-1}$이다.

미분공식

보기 **17.** 무리함수의 미분을 살펴보자.

(1) $y=\sqrt{x}$ 이면 $y=x^{1/2}$ 이므로 $y'=\dfrac{1}{2}x^{-1/2}=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ 이다.

(2) $y=8x^{5/4}$ 이면 $y'=10x^{1/4}$ 이다.

(3) $f(x)=6\left(x^2+4x-1\right)\sqrt{x^2+4x-1}$ 이면 $f(x)=6\left(x^2+4x-1\right)^{3/2}$ 이므로

$$f'(x)=6\cdot\frac{3}{2}\left(x^2+4x-1\right)^{1/2}\cdot(2x+4)=9(2x+4)\sqrt{x^2+4x-1}.$$

미분공식

문제 **7.** 다음 도함수를 구하시오.

(1) $f(x)=(x^2+1)(x^5+1)$일 때 $f'(x)$

(2) $g(x)=(x^2-2x-1)(x^3-4x+5)$일 때 $g'(x)$

(3) $h(x)=(3x^4-x^2+1)^5$일 때 $h'(x)$

(4) $f(t)=(t^2+1)(t^5+1)(t^8+1)$일 때 $f'(t)$

(5) $g(t)=(t^2-2t-1)^3(t^3-4t+5)^4$일 때 $g'(t)$

(6) $h(t)=\{(2t+3)^3-4(2t+3)^2+(2t+3)\}^5$일 때 $h'(t)$

미분공식

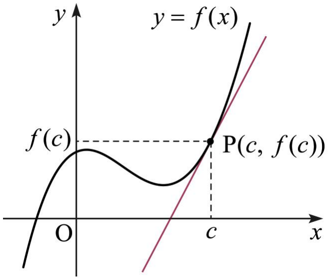
문제 8. 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $(1,\ 1)$에서 이 곡선에 접하는 직선

(2) 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $(2,\ 4)$에서 이 곡선에 접하는 직선

(3) $x = 2$일 때 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$의 그래프에 접하는 직선

(4) $x = -3$일 때 함수 $f(x) = -x^2 + 4x - 1$의 그래프에 접하는 직선



공부한 내용

- ✓ 함수의 극한
- ✓ 좌극한과 우극한
- ✓ 연속함수
- ✓ 미분계수
- ✓ 도함수
- ✓ 미분공식