

수학의 언어 식의 계산

2020학년도 영재수업

만든이: 이슬비, designeralice@daum.net, <https://iseulbee.com>

이 자료의 저작권은 만든이에게 있습니다. 상업성/공익성 상관없이, 이 자료를 만든이가 직접 운영하는 커뮤니티 외의 곳에서 배포하는 것을 금지하며, 개인 학습이 아닌 다른 용도로 사용하는 것을 금지합니다.

공부할 내용

- ✓ 정수와 유리수
- ✓ 문자의 사용과 식의 계산

정수와 유리수

정수와 유리수의 뜻

- (1) 자연수 : 1부터 시작하여 1씩 더하여 만들 수 있는 수. 양의 정수라고도 부른다.
- (2) 정수 : 자연수, 0, 음의 정수를 통틀어 이르는 말.
- (3) 유리수 : 정수를 정수로 나누어 만들 수 있는 수. (단, 나누는 수는 0이 될 수 없다.)

정수와 유리수

문제 1. 다음 수를 자연수, 정수, 유리수로 구분하십시오.

$$-5 \quad -1.5 \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad +3 \quad \frac{6}{3} \quad \frac{1.7}{1}$$

정수와 유리수

문제 2. 다음은 $0.999 \dots = 1$ 을 증명하는 과정이다.

$1 \div 3$ 을 계산하면

$$\frac{1}{3} = 0.333 \dots$$

이므로 양변에 3을 곱하면

$$(\text{좌변}) = \frac{1}{3} \times 3 = 1, (\text{우변}) = 0.333 \dots \times 3 = 0.999 \dots$$

이다. 그러므로

$$1 = 0.999 \dots$$

이다.

그런데 소수점 아래 9의 개수가 아무리 많아도 $1 > 0.999999 \dots 9$ 이다. 이것은 모순이 아닐까?
자신의 의견을 논리적으로 서술하십시오.

정수와 유리수

문제 3. 다음 진술의 참·거짓 여부를 판별하시오.

(1) 3과 3.0은 같은 수이다.

(2) $\frac{12}{4}$ 와 3은 같은 수이다.

(3) $\frac{12}{4}$ 와 3은 같은 분수이다.

(4) 7과 $(8-1)$ 은 같은 수이다.

(5) 7과 $(8-1)$ 은 같은 식이다.

(6) $7 = 8 - 1$

‘같다’라는 말은 어떠한 의미를 가지고 있는가? 자신의 의견을 논리적으로 서술하시오.

정수와 유리수

수의 계산

(1) 절댓값: 수직선에서 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리.

x 가 수일 때, x 의 절댓값을 $|x|$ 로 나타낸다.

(2) 분수의 곱셈: 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱한 뒤 약분한다.

$$\text{예) } \frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{2 \times 7}{3 \times 4} = \frac{\cancel{2} \times 7}{3 \times \cancel{4}} = \frac{1 \times 7}{3 \times 2} = \frac{7}{6}$$

(3) 분수의 덧셈 : 통분한 뒤 분모는 그대로 두고 분자만 더한다.

$$\text{예) } \frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{8 + 15}{12} = \frac{23}{12}$$

정수와 유리수

(4) 유리수의 덧셈

① 부호가 같은 두 수의 합은 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인다.

$$\boxed{\text{예}} \quad (-6) + (-2) = -(6+2) = -8$$

$$\boxed{\text{예}} \quad 3 + 8 = +(3+8) = +11$$

$$\boxed{\text{예}} \quad \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{3}\right) = -\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}\right) = -\frac{7}{3}$$

② 부호가 다른 두 수의 합은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.

$$\boxed{\text{예}} \quad (+7) + (-2) = +(7-2) = +5 \quad \leftarrow +7 \text{의 절댓값이 } -2 \text{의 절댓값보다 크다.}$$

$$\boxed{\text{예}} \quad (-7) + (+2) = -(7-2) = -5 \quad \leftarrow -7 \text{의 절댓값이 } +2 \text{의 절댓값보다 크다.}$$

$$\boxed{\text{예}} \quad \left(-\frac{5}{3}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}\right) = -1$$

$$\boxed{\text{예}} \quad \left(+\frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = +\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}\right) = +1$$

정수와 유리수

(5) 유리수의 뺄셈

① 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

$$\boxed{\text{예}} \quad (+3) - (+4) = (+3) + (-4) = -1$$

$$\boxed{\text{예}} \quad (-5) - (+3) = (-5) + (-3) = -8$$

② 뺄셈 기호와 음의 부호가 겹쳐 있으면 양수를 더하는 것으로 계산한다.

$$\boxed{\text{예}} \quad (+3) - (-7) = (+3) + (+7) = +10$$

$$\boxed{\text{예}} \quad (-6) - (-11) = (-6) + (+11) = +5$$

정수와 유리수

(6) 수의 곱셈

① (양수) \times (양수) = (양수)

② (음수) \times (음수) = (양수)

③ (음수) \times (양수) = (음수)

③ (양수) \times (음수) = (음수)

(7) 수의 나눗셈

① (양수) \div (양수) = (양수)

② (음수) \div (음수) = (양수)

③ (음수) \div (양수) = (음수)

③ (양수) \div (음수) = (음수)

정수와 유리수

(8) 계산 순서

(괄호) → (거듭제곱) → (곱셈과 나눗셈) → (덧셈과 뺄셈)

(9) 수의 계산 법칙

① 덧셈에 대한 교환법칙: $a + b = b + a$

② 덧셈에 대한 결합법칙: $(a + b) + c = a + (b + c)$

③ 곱셈에 대한 교환법칙: $a \times b = b \times a$

④ 곱셈에 대한 결합법칙: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

⑤ 분배법칙: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$, $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$

정수와 유리수

문제 4. 다음을 계산하시오.

$$(1) \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$(2) \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(3) \left(+\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$(4) \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{5}{8}\right)$$

$$(5) (-10) - \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right)$$

정수와 유리수

문제 5. 다음을 계산하시오.

(1) $12 \div (-3) \times 2$

(2) $\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{6}\right) \div (-4)$

(3) $\frac{1}{4} \div \left(-\frac{1}{10}\right) \div (-2)^2$

정수와 유리수

문제 6. 다음을 계산하시오.

$$(1) 4 + \{2 + (-4) \times (2 - 5)\}$$

$$(2) (-28) \div \left\{ (-3)^2 \times \left(-\frac{1}{12}\right) - 1 \right\}$$

$$(3) \left\{ \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \right) \div \frac{4}{15} + 1 \right\} - 1$$

문자의 사용과 식의 계산

문자의 사용

(1) 곱을 나타내는 방법

- ① 문자를 곱할 때에는 곱셈 기호 \times 를 생략한다.

예) $a \times b \times c = abc$, $4 \times x \times y = 4xy$

- ② 문자와 수의 곱에서는 수를 문자 앞에 쓴다.

- ③ 문자끼리의 곱에서는 알파벳 순서로 쓴다.

예) $y \times 2 \times x = 2xy$, $c \times a \times 5 = 5ac$

- ④ 같은 문자의 곱은 거듭제곱을 이용하여 나타낸다.

예) $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2 = a^3 b^2$

- ⑤ 문자에 1을 곱하는 것은 생략하고, -1 을 곱하는 것은 음의 부호 $-$ 만 붙인다.

예) $1 \times a = a$, $(-1) \times a = -a$

문자의 사용과 식의 계산

(2) 나눗셈을 나타내는 방법

문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호 \div 는 사용하지 않고 분수로 바꾸어 나타낸다.

$$\text{예)} \quad a \div 2 = \frac{a}{2} \quad \text{또는} \quad a \div 2 = \frac{1}{2}a$$

$$\text{예)} \quad ab \div c = \frac{ab}{c}$$

$$\text{예)} \quad (-4x) \div 3 = -\frac{4x}{3} \quad \text{또는} \quad (-4x) \div 3 = -\frac{4}{3}x$$

문자의 사용과 식의 계산

문제 7. 다음 식을 곱셈 기호를 생략하여 나타내시오.

(1) $a \times b \times 5$

(2) $x \times y \times x \times (-3)$

(3) $(-1) \times (x + 3)$

(4) $(x + y) \times 6 \times a \times a$

문자의 사용과 식의 계산

문제 8. 다음 식을 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 나타내시오.

(1) $a \div 3 \times x$

(2) $x \times y \div (x + y)$

(3) $(-3) \times (x + y) \div x$

(4) $(-1) \times x \div y \times a$

(5) $a \times (-5) + b \div 8$

(6) $x \times x \times x \times (-2) \div y$

문자의 사용과 식의 계산

식의 계산

(1) 항과 항을 곱할 땐 교환법칙을 이용하여 계산한다.

예) $4x \times 3 = 4 \times x \times 3 = 4 \times 3 \times x = 12x$

(2) 문자와 차수가 같은 항을 동류항이라고 부른다.

예) $3x$ 와 $2x$ 는 동류항이다.

예) $4xy$ 와 $-xy$ 는 동류항이다.

예) $6x$ 와 $6y$ 는 동류항이 아니다.

예) $3x$ 와 $4x^2$ 은 동류항이 아니다.

(3) 동류항끼리 더할 때에는 문자는 그대로 두고 계수만 더한다.

예) $3x + 2x = 5x$

예) $6a - 2a = 4a$

(4) 괄호 앞에 뺄셈 기호가 있는 경우 괄호 안의 항의 부호가 모두 바뀐다.

예) $-(3x - 2) = -3x + 2$

예) $-(-4x + 2) = 4x - 2$

문자의 사용과 식의 계산

문제 9. 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(4x - 3) + (5x + 6)$

(2) $(-2y + 3) + (3y - 1)$

(3) $\left(\frac{2}{5}m + 3\right) + \left(-\frac{3}{10}m + 1\right)$

(4) $\left(-\frac{n}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{n}{3} - \frac{1}{4}\right)$

문자의 사용과 식의 계산

문제 10. 다음 식을 계산하시오.

(1) $(4x - 6) - (x + 2)$

(2) $(-2y + 3) - (y - 1)$

(3) $(5a - 4) - (-4a + 7)$

(4) $\left(\frac{b}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{b}{2} - \frac{1}{4}\right)$

공부한 내용

- ✓ 정수와 유리수
- ✓ 문자의 사용과 식의 계산