

# 함수의 그래프

대수와 기하의 만남 4

2019학년도 영재수업

## 학습목표

일차함수와 이차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

다항함수의 그래프의 성질을 설명할 수 있다.

# 함수의 분류

# 함수의 분류

## 1. 다항함수

$$y = 2x + 3, \quad y = -x^2 + 2x - 6, \quad y = x^3 - x + 1, \quad \dots$$

# 함수의 분류

## 1. 다항함수

$$y = 2x + 3, \quad y = -x^2 + 2x - 6, \quad y = x^3 - x + 1, \quad \dots$$

## 2. 분수함수

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = \frac{1}{x^2 + 3x - 5}, \quad y = \frac{2x + 3}{5x - 4}, \quad \dots$$

# 함수의 분류

## 1. 다항함수

$$y = 2x + 3, \quad y = -x^2 + 2x - 6, \quad y = x^3 - x + 1, \quad \dots$$

## 2. 분수함수

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = \frac{1}{x^2 + 3x - 5}, \quad y = \frac{2x + 3}{5x - 4}, \quad \dots$$

## 3. 대수적 함수

$$y = \sqrt{x}, \quad y = x^2 + \sqrt{2x - \sqrt{x+3}}, \quad y = \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt[2]{x^4 + 5}}, \quad \dots$$

# 함수의 분류

## 1. 다항함수

$$y = 2x + 3, \quad y = -x^2 + 2x - 6, \quad y = x^3 - x + 1, \quad \dots$$

## 2. 분수함수

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = \frac{1}{x^2 + 3x - 5}, \quad y = \frac{2x + 3}{5x - 4}, \quad \dots$$

## 3. 대수적 함수

$$y = \sqrt{x}, \quad y = x^2 + \sqrt{2x - \sqrt{x+3}}, \quad y = \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt[2]{x^4 + 5}}, \quad \dots$$

## 4. 초월함수

$$y = \sin x, \quad y = 3^x, \quad y = \log x, \quad \dots$$

# 일차함수의 그래프

문제 1. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

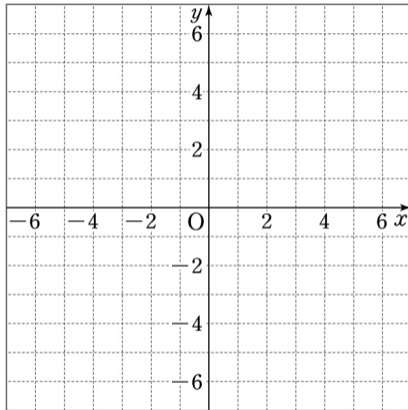
(1)  $y = x$

(2)  $y = 2x$

(3)  $y = 3x$

(4)  $y = \frac{1}{2}x$

(5)  $y = \frac{1}{3}x$





# 일차함수의 그래프

문제 1. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

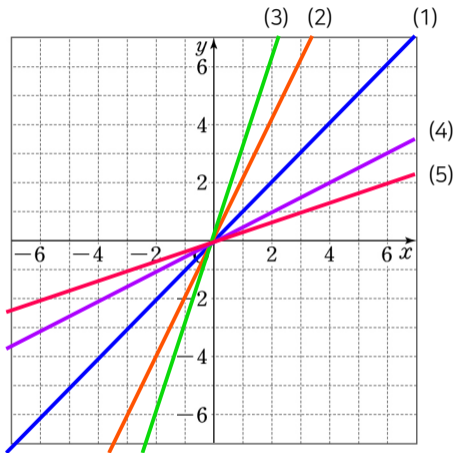
(1)  $y = x$

(2)  $y = 2x$

(3)  $y = 3x$

(4)  $y = \frac{1}{2}x$

(5)  $y = \frac{1}{3}x$



# 일차함수의 그래프

문제 2. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

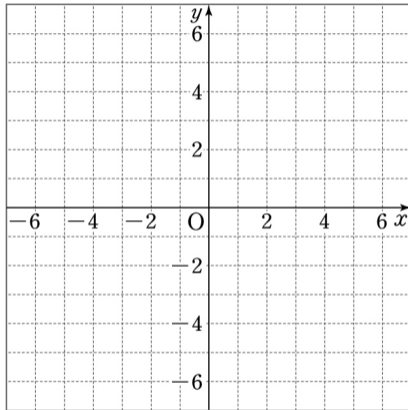
(1)  $y = -x$

(2)  $y = -2x$

(3)  $y = -3x$

(4)  $y = -\frac{1}{2}x$

(5)  $y = -\frac{1}{3}x$



# 일차함수의 그래프

문제 2. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

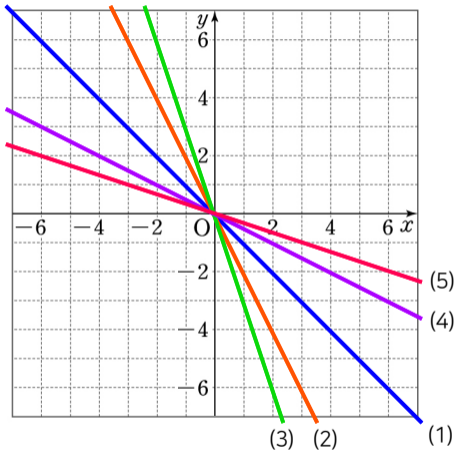
(1)  $y = -x$

(2)  $y = -2x$

(3)  $y = -3x$

(4)  $y = -\frac{1}{2}x$

(5)  $y = -\frac{1}{3}x$



# 일차함수의 그래프

## 함수 $y = ax$ 의 그래프의 특징

- ① 원점을 지나는 직선 모양이다.
- ②  $a > 0$ 일 때에는 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
- ③  $a < 0$ 일 때에는 제 2 사분면과 제 4 사분면을 지난다.

## 일차함수의 그래프

문제 3. 다음을 구하시오.

- (1) 함수  $y = 2x$ 의 그래프 위의 점 중에서  $x$ 좌표가 3인 점의  $y$ 좌표
- (2) 함수  $y = -4x$ 의 그래프 위의 점 중에서  $y$ 좌표가 8인 점의  $x$ 좌표
- (3)  $1 \leq x \leq 3$ 인 범위에서 함수  $y = -2x$ 의 그래프와  $x$ 축 사이의 넓이
- (4)  $-2 \leq x \leq 3$ 일 때 함수  $y = 3x$ 에서  $y$ 의 범위
- (5)  $-4 \leq y \leq 8$ 일 때 함수  $y = 4x$ 에서  $x$ 의 범위

# 일차함수의 그래프

문제 4. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

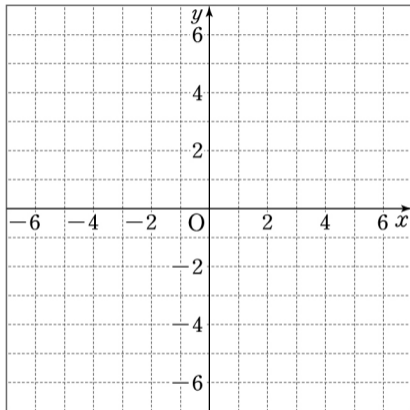
(1)  $y = x + 1$

(2)  $y = x + 2$

(3)  $y = x + 3$

(4)  $y = x - 1$

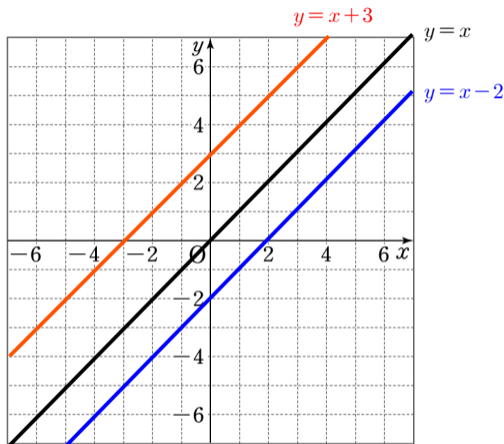
(5)  $y = x - 2$



# 일차함수의 그래프

문제 4. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

- (1)  $y = x + 1$
- (2)  $y = x + 2$
- (3)  $y = x + 3$
- (4)  $y = x - 1$
- (5)  $y = x - 2$



# 일차함수의 그래프

문제 5. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

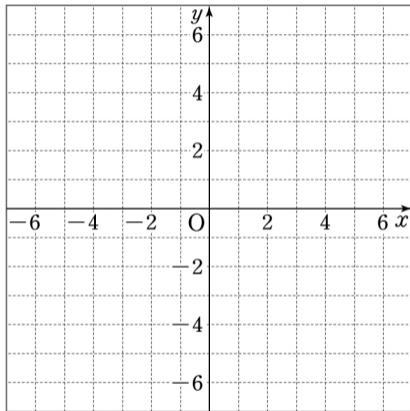
(1)  $y = -2x + 1$

(2)  $y = -2x + 3$

(3)  $y = -2x + 6$

(4)  $y = -2x - 2$

(5)  $y = -2x - 4$

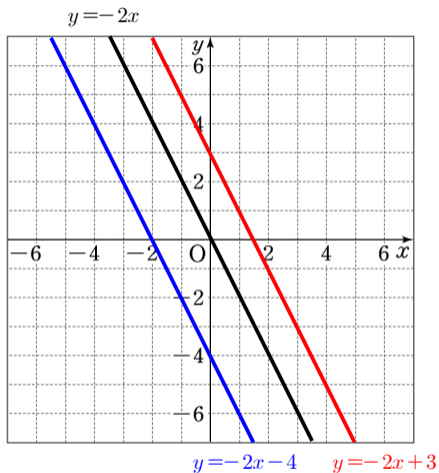




# 일차함수의 그래프

문제 5. 다음 함수의 그래프를 그리시오.

- (1)  $y = -2x + 1$
- (2)  $y = -2x + 3$
- (3)  $y = -2x + 6$
- (4)  $y = -2x - 2$
- (5)  $y = -2x - 4$



# 일차함수의 그래프

문제 6. 다음을 구하시오.

- (1) 함수  $y = 2x + 4$ 의 그래프와  $x$ 축과 만나는 점의 좌표와  $y$ 축과 만나는 점의 좌표
- (2) 함수  $y = -3x + 6$ 의 그래프와  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이
- (3) 함수  $y = 4x - 1$ 에서  $x$ 의 값이 3만큼 증가할 때  $y$ 의 값의 증가량
- (4) 함수  $y = 4x - 1$ 에서  $(y$ 값의 증가량) $\div$  $(x$ 값의 증가량)
- (5) 함수  $y = -2x + 4$ 에서  $(y$ 값의 증가량) $\div$  $(x$ 값의 증가량)

# 일차함수의 그래프

## 절편과 기울기

- ①  **$x$ 절편** : 그래프가  $x$ 축과 만나는 점의  $x$ 좌표 ( $y$ 에 0을 대입한 후  $x$ 의 값을 구한다.)
- ②  **$y$ 절편** : 그래프가  $y$ 축과 만나는 점의  $y$ 좌표 ( $x$ 에 0을 대입한 후  $y$ 의 값을 구한다.)
- ③ 일차함수의 그래프의 **기울기** :  $\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$

## 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프의 특징

- ① 기울기는  $a$ 이고  $y$ 절편은  $b$ 이다.
- ②  $y = ax$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 모양이다.

# 이차함수의 그래프

문제 7. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1)  $y = x^2$

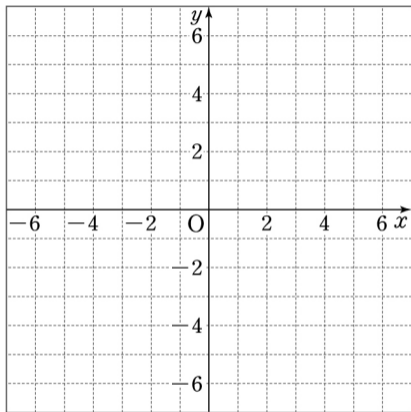
(2)  $y = 2x^2$

(3)  $y = 3x^2$

(4)  $y = -x^2$

(5)  $y = -2x^2$

(6)  $y = -3x^2$



# 이차함수의 그래프

문제 7. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1)  $y = x^2$

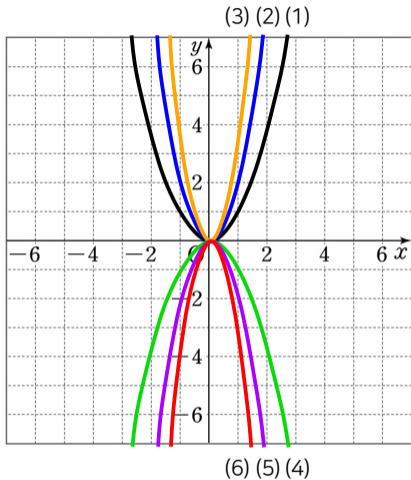
(2)  $y = 2x^2$

(3)  $y = 3x^2$

(4)  $y = -x^2$

(5)  $y = -2x^2$

(6)  $y = -3x^2$



# 이차함수의 그래프

문제 8. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

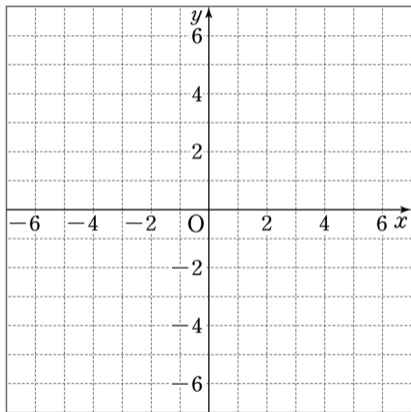
(1)  $y = x^2$

(2)  $y = (x - 1)^2$

(3)  $y = (x - 3)^2$

(4)  $y = (x + 2)^2$

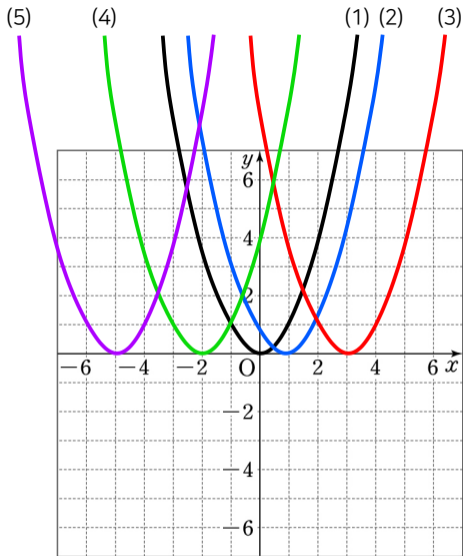
(5)  $y = (x + 5)^2$



# 이차함수의 그래프

문제 8. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

- (1)  $y = x^2$
- (2)  $y = (x - 1)^2$
- (3)  $y = (x - 3)^2$
- (4)  $y = (x + 2)^2$
- (5)  $y = (x + 5)^2$



# 이차함수의 그래프

문제 9. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

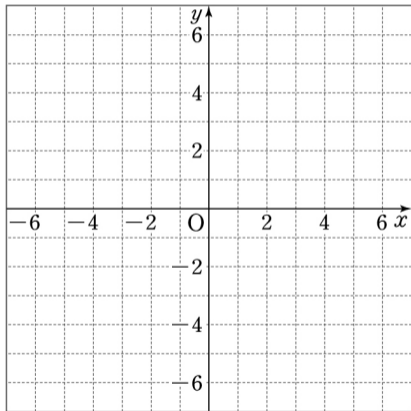
(1)  $y = x^2$

(2)  $y = x^2 + 1$

(3)  $y = x^2 + 3$

(4)  $y = x^2 - 2$

(5)  $y = x^2 - 4$





# 이차함수의 그래프

문제 9. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

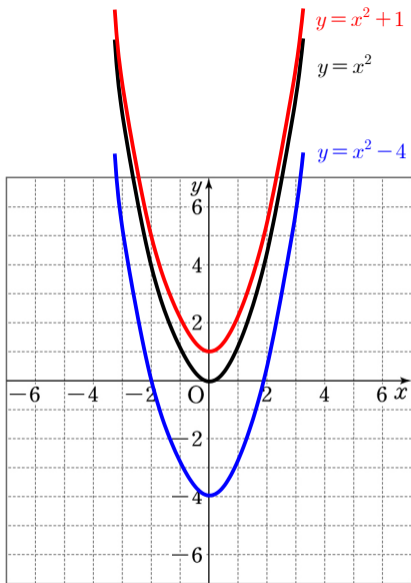
(1)  $y = x^2$

(2)  $y = x^2 + 1$

(3)  $y = x^2 + 3$

(4)  $y = x^2 - 2$

(5)  $y = x^2 - 4$



# 이차함수의 그래프

문제 10. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

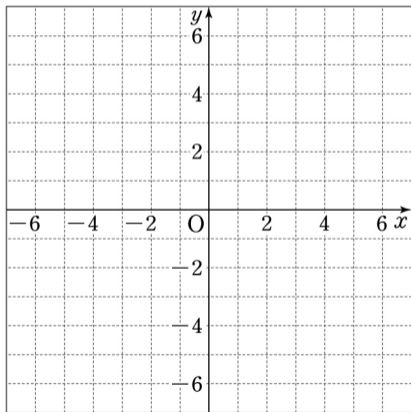
(1)  $y = x^2$

(2)  $y = (x - 1)^2 + 3$

(3)  $y = (x - 3)^2 - 4$

(4)  $y = (x + 2)^2 - 1$

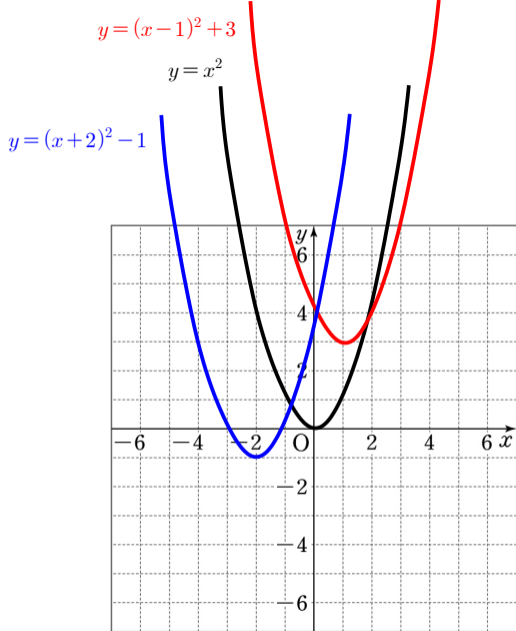
(5)  $y = (x + 5)^2 + 6$



# 이차함수의 그래프

문제 10. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

- (1)  $y = x^2$
- (2)  $y = (x - 1)^2 + 3$
- (3)  $y = (x - 3)^2 - 4$
- (4)  $y = (x + 2)^2 - 1$
- (5)  $y = (x + 5)^2 + 6$



## 이차함수의 그래프

문제 11. 다음 식을 전개하시오.

(1)  $(x + 2)^2$

(3)  $(x - 3)^2$

(5)  $4(x + 1)^2$

(7)  $2(x - 1)^2$

(2)  $(x + 3)^2$

(4)  $(x - 5)^2$

(6)  $-3(x + 2)^2$

(8)  $-(x - 4)^2$

## 이차함수의 그래프

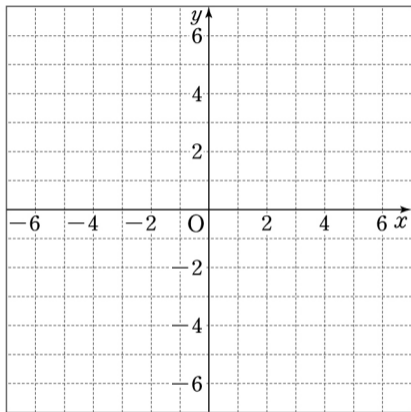
문제 12. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1)  $y = x^2 + 4x + 3$

(2)  $y = x^2 - 6x + 5$

(3)  $y = 2x^2 - 4x + 3$

(4)  $y = -3x^2 + 12x - 7$



# 이차함수의 그래프

문제 12. 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

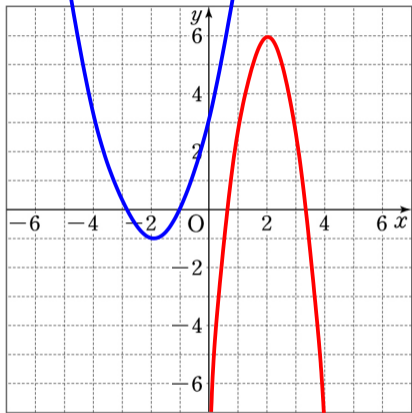
(1)  $y = x^2 + 4x + 3$

(2)  $y = x^2 - 6x + 5$

(3)  $y = 2x^2 - 4x + 3$

(4)  $y = -3x^2 + 12x - 7$

$$y = (x+2)^2 - 1$$



$$y = -3(x+2)^2 + 6$$

## 이차함수의 그래프

### 함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 특징

- ① 원점을 지나는 포물선 모양이다. (꼭짓점의 좌표는  $(0, 0)$ 이다.)
- ②  $a > 0$ 일 때에는 아래로 볼록하고  $a < 0$ 일 때에는 위로 볼록하다.
- ③  $a$ 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

### 함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프의 특징

- ① 함수  $y = ax^2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $q$ 만큼 평행이동한 모양이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는  $(p, q)$ 이다.

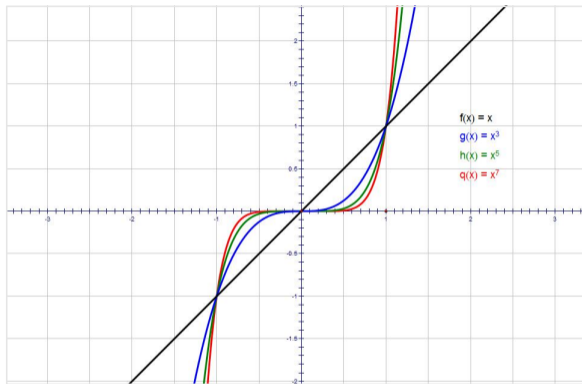
**함수  $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프** : 식을  $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸어 그린다.

## 함수의 그래프

**문제 13.** 지금까지 일차함수와 이차함수의 그래프의 특징을 살펴보았다. 삼차함수의 그래프와 사차함수의 그래프의 특징을 조사해보자.

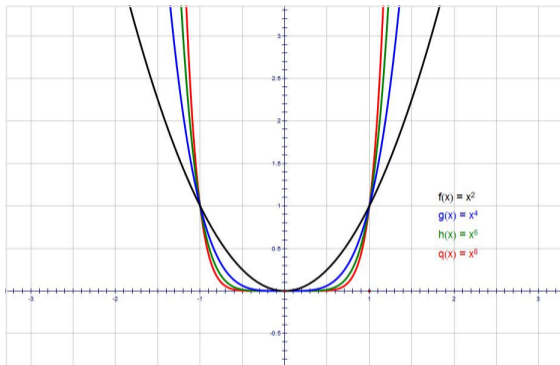


# 함수의 그래프



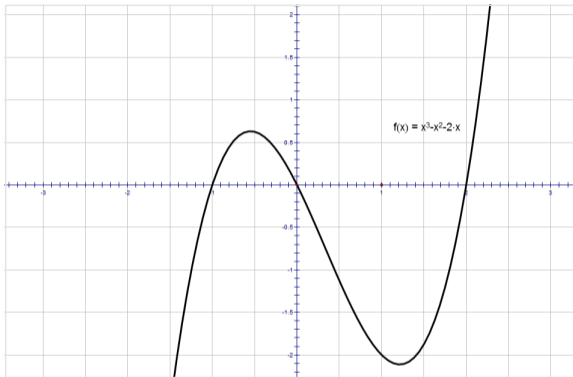
함수  $y = x^n$ 의 그래프  
( $n$ 이 홀수인 경우)

# 함수의 그래프



함수  $y = x^n$  의 그래프  
( $n$ 이 짝수인 경우)

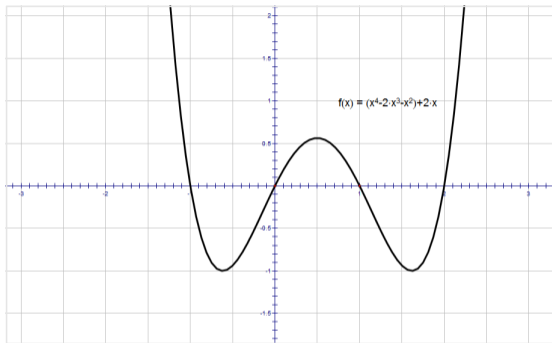
# 함수의 그래프



## 삼차함수의 그래프

$$(y = x^3 - x^2 - 2x)$$

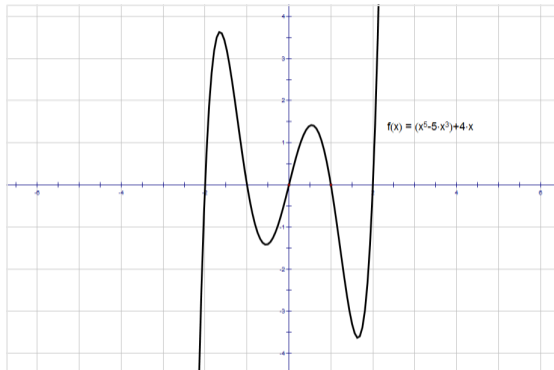
# 함수의 그래프



## 사차함수의 그래프

$$(y = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x)$$

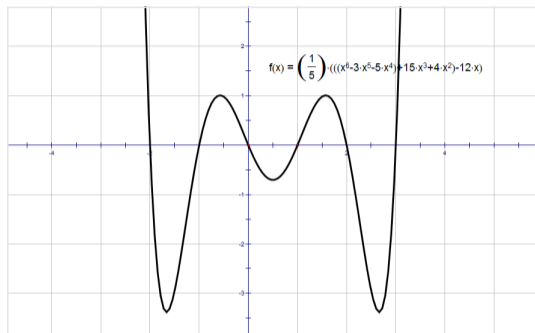
# 함수의 그래프



## 오차함수의 그래프

$$(y = x^5 - 5x^3 + 4x)$$

# 함수의 그래프



## 육차함수의 그래프

$$\left(y = \frac{1}{5}(x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 15x^3 + 4x^2 - 12x)\right)$$

