

단항식과 다항식

대수와 기하의 만남 2

2019학년도 영재수업

학습목표

다항식의 차수를 구할 수 있다.

지수법칙을 이용하여 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.

다항식이 덧셈, 뺄셈, 곱셈을 할 수 있다.

식과 관련된 용어

- 단항식 : 수, 문자, 곱셈으로만 이루어진 식
- 다항식 : 수, 문자, 덧셈, 뺄셈, 곱셈으로만 이루어진 식
- 항 : 다항식을 이루고 있는 각각의 단항식

보기 1. $x^2 + 2x - 3$ 은 항이 3개인 다항식이다. 여기서 항은 x^2 , $2x$, -3 이다.

식과 관련된 용어

- 상수항 : 문자가 없고 수만으로 이루어진 항
- 계수 : 문자가 있는 항에서 문자 앞에 곱해진 수

보기 2. $2x$, 3 , $-y$, $5xy$ 는 모두 단항식이다. 여기서 3 은 상수항이다.

보기 3. $2x$ 의 계수는 2 , $-4y$ 의 계수는 -1 , $5xy$ 의 계수는 5 이다.

식과 관련된 용어

- **항의 차수**: 문자가 있는 항에서 문자가 곱해진 개수

보기 4. $3x^2$ 의 차수는 2이다. $-x^2y$ 의 차수는 3이다. $5a$ 의 차수는 1이다.

- **식의 차수**: 문자가 있는 다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수.
단, 상수항은 차수가 가장 낮은 것으로 생각한다.

보기 5. $x^2 + 5x - 1$ 의 차수는 2이다. (차수가 2인 식을 이차식이라고 부른다.)

보기 6. $xy^2 - 2x + 3$ 의 차수는 3이다. (차수가 3인 식을 삼차식이라고 부른다.)

식과 관련된 용어

문제 1. 다음 식의 항의 개수를 구하시오.

(1) $x^2 + 2x + 4$

(2) $a - 3$

(3) $y^2 + 4$

(4) $x^3 - x^2 + 2x - 7$

식과 관련된 용어

문제 2. 다음은 단항식의 차수에 관한 설명이다. 밑줄 친 곳에 알맞은 말을 넣으시오.

(1) $2x^3$ 은 _____차항이다.

(2) $-x$ 는 _____차항이다.

(3) $\frac{x^4}{3}$ 은 _____차항이다.

(4) $-xy^2$ 는 _____차항이며, x 에 대한 _____차항이고, y 에 대한 _____차항이다.

식과 관련된 용어

문제 3. 다음 식에서 각 항의 계수와 차수를 구하시오.

$$(1) -5a + \frac{2}{3}$$

$$(2) \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

$$(3) 2a - 3b + 7$$

$$(4) \frac{x}{4} + y^2 - 3$$

식과 관련된 용어

문제 4. 다음 다항식의 차수를 말하고, 일차식을 찾으시오.

(1) $-2a + 3$

(2) $6x$

(3) $b^2 - 1$

(4) $-y^2 + \frac{3}{4}y$

(5) -7

(6) $3 - \frac{x}{4}$

단항식의 계산

- 문자와 차수가 같은 항을 **동류항**이라고 부른다.
- 모든 상수항은 서로 동류항인 것으로 생각한다.
- 동류항끼리 더하거나 뺄 때에는 계수만 더하거나 뺀다.
- 덧셈이나 뺄셈으로 동류항이 아닌 항들을 하나의 항으로 만들 수 없다.

문제 5. 다음을 계산하시오.

(1) $2a - 7a$

(2) $-4b - b$

(3) $3x + 5x - 2x$

(4) $\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}y - \frac{1}{6}y$

(5) $0.5a + 1.2a - 0.7a$

(6) $0.4x - \frac{1}{5}x + 3x$

단항식의 계산

단항식을 곱하거나 나눌 때에는 지수법칙을 이용하여 계산한다.

즉 a 와 b 가 0이 아닌 수이고 m 과 n 이 자연수일 때 다음이 성립한다.

지수법칙

$$\textcircled{1} a^m a^n = a^{m+n}.$$

$$\textcircled{2} m > n \text{ 일 때 } a^m \div a^n = a^{m-n},$$

$$m = n \text{ 일 때 } a^m \div a^n = 1,$$

$$m < n \text{ 일 때 } a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}.$$

$$\textcircled{3} (ab)^n = a^n b^n.$$

$$\textcircled{4} \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

$$\textcircled{5} (a^m)^n = a^{mn}.$$

단항식의 계산

문제 6. 다음을 계산하시오.

(1) $3 \times (-7a)$

(3) $12a \times \frac{1}{6}$

(5) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times (-12x)$

(2) $(-5b) \times (-8)$

(4) $(-18x) \times \left(-\frac{7}{9}\right)$

(6) $15 \times \left(-\frac{3}{4}y\right)$

단항식의 계산

문제 7. 지수법칙을 이용하여 다음을 간단히 하시오.

(1) $a^3 \times a^7$

(2) $b \times b^3 \times b^5$

(3) $a^5 \times b^2 \times b \times a^4$

(4) $x^3 \times y^7 \times x \times y^4 \times x^2$

(5) $a \times b^2 \times a^4 \times a^5 \times b^6$

(6) $2^{12} \div 2^4$

(7) $5^3 \div 5^3$

(8) $y \div y^5$

(9) $x^{10} \div x^7$

(10) $2^8 \times 2^3 \div 2^5$

(11) $x^4 \div x^2 \times x$

(12) $a^5 \div a^2 \div a^6$

단항식의 계산

문제 8. 지수법칙을 이용하여 다음을 간단히 하시오.

(1) $(2^3)^5$

(2) $(x^2)^7$

(3) $(y^6)^3$

(4) $(a^2)^4$

(5) $(2^3)^3 \times (2^5)^2$

(6) $(5^2)^3 \div (5^6)^2$

(7) $(a^2)^3 \times (b^4)^2 \times a^5$

(8) $(x^2)^5 \times y^3 \div (y^3)^4$

단항식의 계산

문제 9. 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(3x)^3$

(2) $(-a^2)^3$

(3) $\left(-\frac{2}{y}\right)^5$

(4) $(2ab^5)^2$

(5) $(-a^6b^3)^4$

(6) $\left(-\frac{3y}{x^3}\right)^5$

다항식의 계산

다항식을 더하거나 뺄 때에는 괄호를 풀고 동류항끼리 더하거나 뺀다.

문제 10. 다음 덧셈과 뺄셈을 계산하시오.

(1) $(3x + 2y) + (x - 4y)$

(2) $(4a - b) + (2a + 7b)$

(3) $(3a + 5b) - (-6a + 2b)$

(4) $(-2x + y) - (x - y)$

다항식의 계산

다항식과 단항식을 곱할 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 곱한다.
다항식을 단항식으로 나눌 때에는 역수를 곱하는 것으로 바꾼다.

문제 11. 다음 곱셈을 계산하시오.

(1) $9x(2x + y)$

(2) $x(x - 5y)$

(3) $(4x + y - 2) \times (-3y)$

다항식의 계산

다항식을 곱할 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어준다. 다항식의 곱을 계산하여 하나의 다항식으로 나타내는 것을 **전개한다**고 말하며, 전개하여 얻은 식을 **전개식**이라고 부른다.

다항식을 곱할 때에는 다음과 같은 곱셈 공식이 자주 사용된다.

곱셈 공식

$$\textcircled{1} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\textcircled{2} (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\textcircled{3} (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\textcircled{4} (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

다항식의 계산

문제 12. 다음 식을 전개하시오.

(1) $(a + 4)^2$

(2) $(b - 3)^2$

(3) $(2x + 5)^2$

(4) $(7a + 3b)^2$

다항식의 계산

문제 13. 다음 식을 전개하시오.

(1) $(a + 5b)(a - 5b)$

(2) $(4a + b)(4a - b)$

(3) $(x + 2)(x + 5)$

(4) $(x - 7)(x - 6)$

(5) $(x + 4)(2x + 7)$

(6) $(5x - 1)(2x - 3)$