

2017년 1월 해석학 특강

형성평가 (기말)

단원

실수계의 성질, 수열의 극한

작성자

문제 1. 실수계의 공리 중 완비성 공리를 기술하십시오. [5점]

문제 2. ‘상한’의 뜻을 쓰고 ‘상한’과 ‘최댓값’의 차이를 기술하십시오. [10점]

문제 3. $H \subseteq E \subseteq \mathbb{R}$ 이고 함수 $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ 가 주어졌다고 하자. 이때 다음 문장 또는 기호의 정의를 쓰시오. [10점]

(1) “함수 f 가 H 에서 C^n 급이다.”

(2) $C^\infty(H)$

문제 4. 다음과 같이 주어진 수열의 상극한과 하극한을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [15점]

	수열	상극한	하극한
(1)	$\cos \frac{n\pi}{2}$		
(2)	$n^n + (-n)^n$		
(3)	$\frac{n}{3} + \frac{n}{2} - \left[\frac{n}{3} \right] - \left[\frac{n}{2} \right]$		

문제 5. 다음과 같이 주어진 집합의 도집합과 폐포를 구하시오. (단, 전체 공간은 \mathbb{R} 이다.) [15점]

	집합	도집합	폐포
(1)	$\{1, 2, 3\}$		
(2)	$(1, 3] \setminus \mathbb{Q}$		
(3)	$\left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N} \right\}$		

문제 6. 평등연속의 정의를 기술하고, $f(x) = 2x$ 로 정의된 함수 f 가 \mathbb{R} 에서 평등연속임을 $\epsilon - \delta$ 논법으로 증명하시오. [15점]

문제 7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 가 \mathbb{R} 에서 미분 가능하고 임의의 실수 x 에 대하여 $f'(x) \neq 0$ 일 때 f 는 \mathbb{R} 에서 단조임을 보이시오. (즉, 단조증가만 하거나 단조감소만 함을 보이시오.) [15점]

문제 8. 다음과 같이 정의된 함수 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 가 어느 점에서도 연속이 아님을 보이시오. [15점]

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{if } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

수고하셨습니다.